

INTRODUCCIÓN

La Universidad de Chile entrega a la comunidad educacional un Modelo de una forma de prueba semejante a la que se aplicará en el Proceso de Admisión 2021, que a partir de este año es administrado por el nuevo Sistema de Acceso a la Educación Superior, a cargo de la Subsecretaría de Educación Superior del Ministerio de Educación.

La portada de este Modelo contiene las instrucciones que aparecen en los folletos de cada forma de Prueba de Transición para la Admisión Universitaria a rendir.

El objetivo de esta publicación es poner a disposición de los estudiantes, profesores, orientadores y público en general, un ejemplar de prueba que contribuya al conocimiento de este instrumento de medición educacional.

Las preguntas aquí publicadas están referidas a contenidos y habilidades correspondientes a los elementos comunes entre el Marco Curricular Ajustado 2009 y las Bases Curriculares implementación 2020, las cuales han sido aplicadas en diversos Procesos de Pilotaje y Procesos de Admisión; por lo tanto, constituyen un material fidedigno e idóneo para el conocimiento de la estructura y contenidos de la prueba.

Cabe destacar que, al momento de definir los contenidos y habilidades a evaluar, se consideraron los siguientes aspectos: los criterios de pertinencia, relevancia y equidad, para una prueba de altas consecuencias, como la Prueba de Transición para la Admisión Universitaria, la implementación progresiva de las Bases Curriculares de 7° básico a IV medio en los establecimientos educacionales, a partir del año 2015, la continuación del Ajuste Curricular 2009, para los niveles de III y IV medio, durante el año académico 2019 y la priorización de contenidos realizada por el Ministerio de Educación acorde con la suspensión de clases en establecimientos educacionales por causa de la pandemia de coronavirus.

Este Modelo de prueba ha sido elaborado por el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional (DEMRE) dependiente de la Vicerrectoría de Asuntos Académicos de la Universidad de Chile, siendo de exclusiva propiedad intelectual de la universidad. El material podrá ser utilizado sin fines comerciales, manteniendo la integridad de su contenido y reconociendo su fuente y autor. Para citar este documento deberá indicarse: DEMRE / Universidad de Chile (2020). Modelo de Prueba de Matemática.

Disponible en <https://demre.cl/publicaciones/modelos-resoluciones-pruebas>

Propiedad Intelectual Universidad de Chile.
Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

EN ESTA PRUEBA SE CONSIDERARÁ LO SIGUIENTE:

1. las figuras que aparecen son solo indicativas.
2. los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
3. el intervalo $[p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales a p y menores o iguales a q ; el intervalo $]p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores o iguales a q ; el intervalo $[p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales a p y menores que q ; y el intervalo $]p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores que q .
4. $\vec{v} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.
5. se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras y en el experimento de lanzarlo, sus caras son equiprobables de salir.
6. en el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema.

Es así que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\sim	es semejante con
$>$	es mayor que	\perp	es perpendicular a
\leq	es menor o igual a	\neq	es distinto de
\geq	es mayor o igual a	$//$	es paralelo a
\perp	ángulo recto	\in	pertenece a
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	trazo AB
\log	logaritmo en base 10	$ x $	valor absoluto de x
ϕ	conjunto vacío	$x!$	factorial de x
\approx	es aproximado a	\cap	intersección de conjuntos
\cup	unión de conjuntos	\vec{u}	vector u
A^c	complemento del conjunto A		

1. ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones da(n) como resultado el número 2?

I) $\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{6}$

II) $\frac{22}{5} : \frac{5}{11}$

III) $\frac{10}{4} - \frac{2}{4}$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

2. Un paquete de 24 rollos de papel higiénico de 50 metros cada uno, cuesta \$ 7.440. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el valor de 1 metro de dicho papel, en pesos?

A) $\frac{7.440}{24}$

B) $\frac{7.440}{50}$

C) $\frac{7.440}{24 \cdot 50}$

D) $\frac{7.440}{24} \cdot 50$

E) $\frac{7.440}{50} \cdot 24$

3. Erika pide un préstamo de \$ 180.000 en una financiera para pagarlo en 12 cuotas mensuales iguales. La financiera utilizó la siguiente expresión para calcular el interés:

$$\text{Interés anual} = 180.000 \cdot \frac{20}{100}$$

¿Cuánto debe pagar Erika solo por concepto de interés en cada cuota, donde el interés a pagar es el mismo en cada cuota?

- A) \$ 3.000
 B) \$ 15.000
 C) \$ 18.000
 D) \$ 183.000
4. Si $P = \sqrt{20}$, $Q = 5\sqrt{4}$, $R = 3\sqrt{8}$ y $S = 8\sqrt{2}$, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?
- A) $P < R = S < Q$
 B) $R < P < S < Q$
 C) $P < R < Q < S$
 D) $S < Q < R < P$
 E) $Q = P < S < R$

5. ¿Qué porcentaje es $(a + b)$ de $a \cdot b$?

A) $\frac{a + b}{a \cdot b} \%$

B) $\frac{100(a + b)}{a \cdot b} \%$

C) $\frac{100 \cdot a \cdot b}{a + b} \%$

D) $\frac{a \cdot b(a + b)}{100} \%$

6. 200 estudiantes responden una prueba y el 10% de ellos responde de manera errónea la pregunta 15.

Considerando que todos los estudiantes contestaron la pregunta 15, ¿cuántos estudiantes contestan correctamente esta pregunta?

A) 10

B) 20

C) 160

D) 180

7. $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} =$

A) $-\frac{1}{2}$

B) 2

C) $\frac{1}{2}$

D) $\sqrt[4]{2}$

E) $-\sqrt{\frac{1}{2}}$

8. Si $3^m = p$ y $8^b = q$, con m y b números enteros, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $(3^{m+1} \cdot 8^{b+1})^{-1}$?

A) $\frac{1}{pq + 1}$

B) $\frac{1}{24pq}$

C) $24pq$

D) $-24pq$

E) $-(pq + 2)$

9. Si p y q son números reales tal que $p < q$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) $\sqrt{p^2 - q^2} = p - q$

B) $\sqrt[3]{p - q}$ no es un número real.

C) $\sqrt{p} + \sqrt{q} = \sqrt{p + q}$

D) $\sqrt{-p - q}$ no es un número real.

E) $\sqrt[3]{p} < \sqrt[3]{q}$

10. Si $b = \log_2 a$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Si $0 < a < 1$, entonces $b < 0$.

II) Si $b > 1$, entonces $a > 2$.

III) Si $a = \sqrt{32}$, entonces $b = 2,5$.

A) Solo I

B) Solo I y II

C) Solo I y III

D) Solo II y III

E) I, II y III

11. Una pelota se deja caer desde una altura A . La altura que alcanza la pelota en el primer rebote es equivalente a $\frac{2}{3}$ de A . Después de cada rebote la pelota alcanza una altura equivalente a $\frac{2}{3}$ de la altura del rebote anterior. Se puede determinar el valor de la altura que alcanza al décimo rebote la pelota, si se conoce:

- (1) la altura inicial A .
- (2) la altura que alcanza en el tercer rebote.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

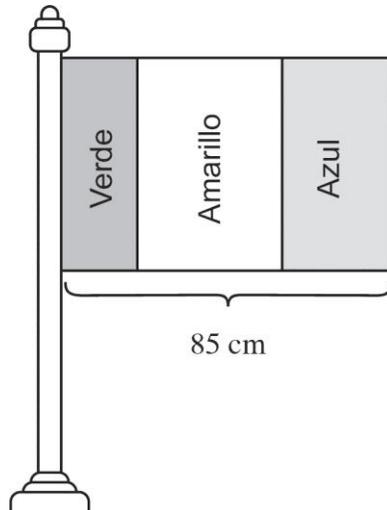
12. Si Ana tiene en la actualidad $(2a - 3)$ años, ¿qué edad tendrá en 4 años más?

- A) $(2a + 1)$ años
- B) $(2a - 7)$ años
- C) $(6a + 1)$ años
- D) $(8a - 12)$ años

15. Las $\frac{3}{4}$ partes de la longitud de una carretera están pavimentadas. Si aún faltan por pavimentar $(p-10)$ km para tener la carretera completamente pavimentada, ¿cuál es la longitud total de la carretera, en función de p ?

- A) $\frac{4p-10}{3}$ km
- B) $(4p-40)$ km
- C) $(4p-10)$ km
- D) $\frac{4p-40}{3}$ km
- E) Ninguna de las anteriores

16. Para las alianzas de un colegio un grupo de estudiantes confeccionará una bandera de forma rectangular, con tres franjas rectangulares, una de color verde, otra de color amarillo y la otra azul, tal como se muestra en la figura adjunta.



El grupo quiere que la medida del ancho de la franja de color amarillo sea el doble de la medida del ancho que la franja azul y que la medida del ancho de la franja verde sea 15 cm menor que el ancho de la franja azul.

¿Cuál debe ser la medida del ancho de la franja amarilla?

- A) 50 cm
- B) 40 cm
- C) 35 cm
- D) 25 cm

17. Considere la ecuación $ax + b = c$, en x , con a , b y c números enteros positivos y $b < c$. ¿Cuál de las siguientes condiciones permite obtener como solución de esta ecuación un número **NO** entero?

- A) $a = 1$
- B) $a + b = c$
- C) $c = 2b$ y $a = b$
- D) $(c - b)$ es múltiplo de a .
- E) $c < a + b$

18. La cantidad mínima recomendada de ingesta diaria de calcio para adultos de entre 19 años y 50 años es de 1.000 mg por día. Una taza (250 ml) de leche entera contiene 280 mg de calcio, aproximadamente, y un vaso (200 ml) de jugo de naranja contiene 50 mg de calcio, aproximadamente.

Miguel tiene 40 años y decidió que cierto día solo tomará leche entera y jugo de naranja. Si ese día se tomará solo una taza llena de leche entera y N vasos llenos de jugo de naranja, ¿cuál de las siguientes inecuaciones permite determinar los valores de N para los cuales Miguel cumple la ingesta recomendada de calcio?

- A) $280 + \frac{50}{N} \geq 1.000$
- B) $(280 + 50)N \leq 1.000$
- C) $280N + 50 \geq 1.000$
- D) $280 + 50N \geq 1.000$

19. Para el cálculo de la tarifa eléctrica, en pesos, se usa la fórmula $T = Px + C$, donde T es el valor de la tarifa, P es el precio por kWh consumido, x es el consumo de energía en kWh y C es un cargo fijo. Para una tarifa entre \$ 15.000 y \$ 70.000, ¿cuál de las siguientes desigualdades representa los posibles valores del consumo?

A) $P(15.000 - C) < x < P(70.000 - C)$

B) $\frac{15.000}{P} - C < x < \frac{70.000}{P} - C$

C) $\frac{15.000 - C}{P} < x < \frac{70.000 - C}{P}$

D) $\frac{15.000}{P} + C < x < \frac{70.000}{P} + C$

E) $\frac{15.000 + C}{P} < x < \frac{70.000 + C}{P}$

20. ¿Cuáles son los valores de p y q , respectivamente, para los cuales se cumple

$$\begin{array}{l} \text{que } -4p + 5q = 9 \\ \quad \quad -p - q = 9 \end{array} \quad ?$$

A) $-\frac{33}{2}$ y $\frac{15}{2}$

B) -6 y -3

C) -6 y -15

D) $-\frac{6}{4}$ y $-\frac{27}{4}$

E) -11 y 2

21. La edad actual de un padre (p años) menos la edad actual de su hijo (h años) es igual a 30 años y en 2 años más la edad del padre será el triple de la edad del hijo. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa dicha situación?

A)
$$\begin{cases} p - h = 30 \\ p + 2 = 3(h + 2) \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} p = h - 30 \\ p + 2 = \frac{h}{3} + 2 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} p - h = 30 \\ \frac{p}{3} + 2 = h + 2 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} p = h - 30 \\ p + 2 = 3h + 2 \end{cases}$$

E)
$$\begin{cases} p - h = 30 \\ 3(p + 2) = h + 2 \end{cases}$$

22. ¿Con cuál de las siguientes ecuaciones junto a la ecuación $3x - y = p$ se forma un sistema que podría **NO** tener solución, dependiendo del valor de p ?

A) $x = 0$

B) $x - y = p$

C) $6x - 2y = p$

D) $2y - 6x = -2p$

E) $3x + y = p$

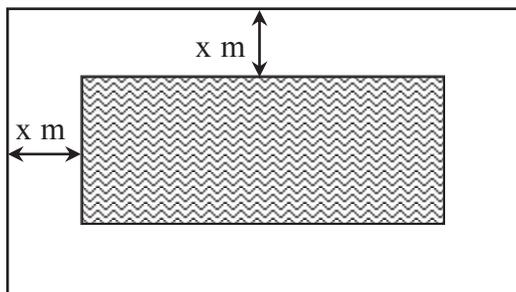
23. Dos empresas de electricidad, A y B, tienen una tarifa asociada (y) de acuerdo a cada kWh consumido (x) más un cargo fijo, tal como se muestra en el siguiente sistema:

$$\begin{array}{l} \text{Empresa A: } y = ax + 750 \\ \text{Empresa B: } y = bx + 500 \end{array}$$

Si a y b corresponden al precio de cada kWh consumido, con $0 < a < b$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si hay un consumo de $\frac{250}{b - a}$ kWh en ambas empresas, entonces las dos empresas cobran lo mismo.
 - II) Si $b = a + 250$, entonces la tarifa en ambas empresas es la misma.
 - III) Si se elimina el cargo fijo de la tarifa de la empresa B, entonces siempre convendría a los consumidores la tarifa de la empresa B, en comparación a la tarifa de la empresa A.
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y III
 - E) Solo II y III

24. Se tiene una piscina con forma rectangular de 4 m de ancho y 10 m de largo. Se desea colocar un borde de pasto de ancho x m como se representa en la figura adjunta.



Si el área de la superficie total que ocupa la piscina y el borde de pasto, es de 112 m^2 , ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el valor de x ?

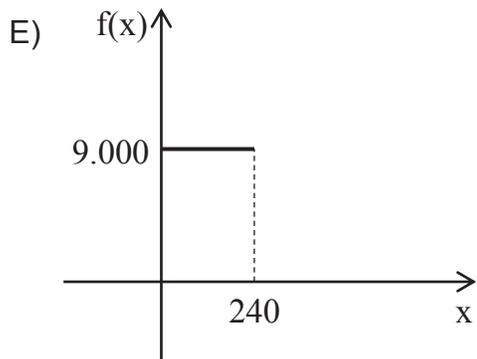
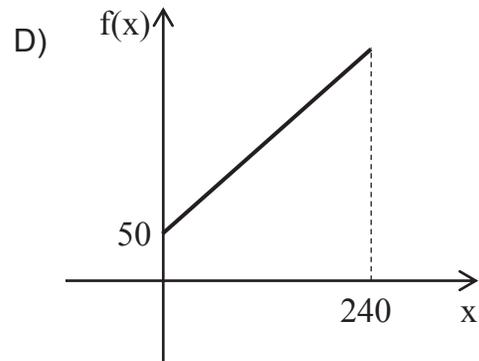
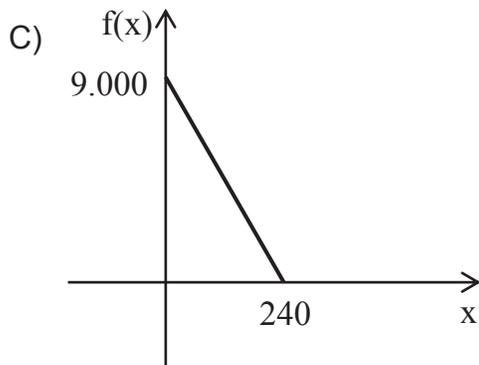
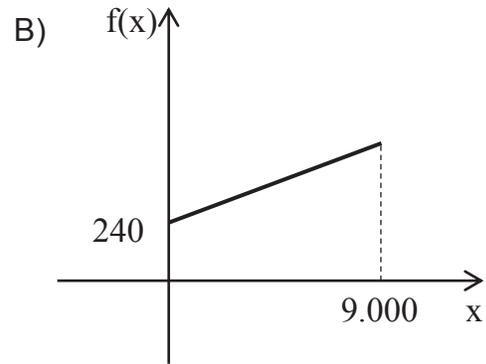
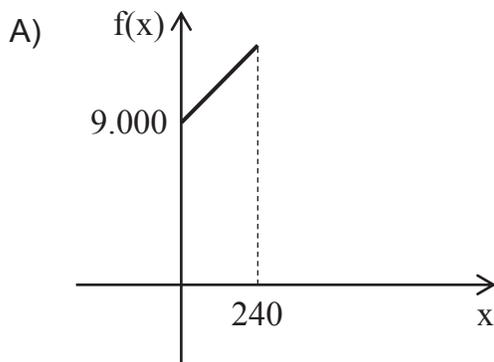
- A) $x^2 + 40 = 112$
 B) $x^2 + 14x = 72$
 C) $2x^2 + 7x = 18$
 D) $x^2 + 7x = 18$
 E) $4x^2 + 40 = 112$
25. ¿Cuál es el conjunto de todos los números reales c para los cuales la ecuación $x^2 + 5x - c = 0$, **NO** tiene solución en el conjunto de los números reales?

- A) $\left] \frac{25}{4}, \infty \right[$
 B) $\left] -\frac{25}{4}, \infty \right[$
 C) $\left] -\infty, \frac{25}{4} \right[$
 D) $\left] -\infty, -\frac{25}{4} \right[$
 E) ϕ

26. Considere la ecuación cuadrática $ax^2 + bx = -c$, con a , b y c números reales. ¿Cuál de las siguientes condiciones es suficiente para concluir que las soluciones de dicha ecuación tienen parte real igual a cero y parte imaginaria distinta de cero?

- A) $b^2 - 4ac = 0$
- B) $c < 0$
- C) $b = 0$ y $c > 0$
- D) $b = 0$ y $ac < 0$
- E) $b = 0$ y $ac > 0$

27. La tarifa de cierta compañía de telefonía consta de un cargo fijo mensual de \$ 9.000 más un cargo de \$ 50 por minuto que se habla. Si durante los primeros 240 minutos esta tarifa se modela mediante una función de la forma $f(x) = mx + n$, ¿cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la gráfica de f ?



28. Una empresa de arriendo de autos cobra \$ 70.000 cuando su vehículo A recorre 50 km y \$ 120.000 cuando su vehículo A recorre 100 km. El cobro que realiza la empresa para el vehículo A, en términos de los kilómetros recorridos, se modela a través de una función de la forma $f(x) = mx + n$.

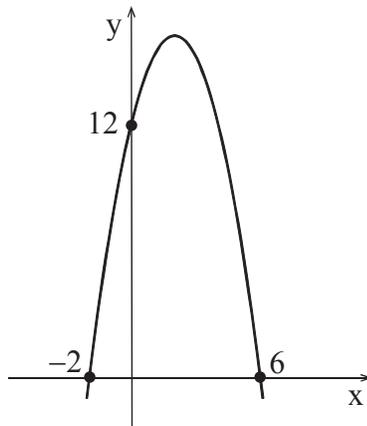
¿Cuál será el cobro del vehículo A cuando recorra 200 km ?

- A) \$ 200.000
- B) \$ 220.000
- C) \$ 240.000
- D) \$ 280.000

29. Sea f una función afín, tal que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y f^{-1} es su función inversa. Si $f(2) = 4$ y $f^{-1}(3) = 5$, ¿cuál es el valor de $f^{-1}(4) + f(5) + f^{-1}(f(4))$?

- A) 6
- B) 7
- C) 9
- D) 10
- E) 13

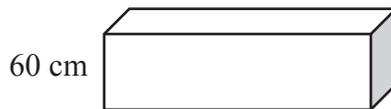
30. La figura adjunta representa la parábola asociada a la función cuadrática f , cuyo dominio es el conjunto de los números reales.



¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El eje de simetría de la parábola es la recta de ecuación $x = 2$.
 - II) Si $-2 < x < 6$, entonces $f(x) < 0$.
 - III) $f(7) = f(-3)$
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y II
 - E) Solo I y III

31. En el paralelepípedo recto de la figura adjunta, el largo de la base es 10 cm mayor que el ancho de la misma y su altura es de 60 cm.



Si x representa el largo de la base, en cm, ¿cuál de las siguientes funciones, con dominio el conjunto de los números reales mayores que 10, modela el volumen del paralelepípedo en término de su largo, en cm^3 ?

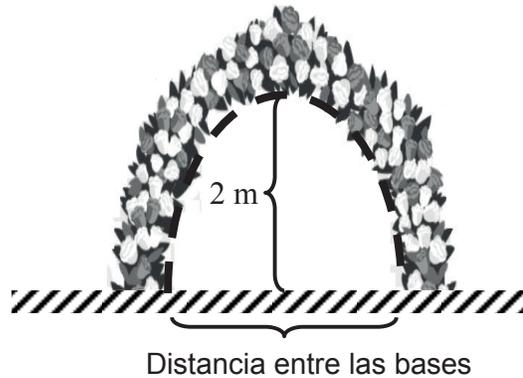
- A) $f(x) = 60x^2 - 600$
- B) $g(x) = 60x^2 + 600$
- C) $h(x) = 60x^2 - 600x$
- D) $j(x) = 60x^2 - 10x$
- E) $t(x) = 600x^2$

32. Considere la función f con dominio el conjunto de los números reales definida por $f(x) = -20 + 15x + 5x^2$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a f ?

- I) Su gráfico interseca al eje x en los puntos $(-4, 0)$ y $(1, 0)$.
- II) Su gráfico tiene como eje de simetría a la recta $x = -\frac{3}{2}$.
- III) Su valor máximo es $-\frac{25}{4}$.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

33. Una florista necesita armar un arco de flores que estará ubicado verticalmente al suelo, para un matrimonio, el cual según las especificaciones de los novios, debe tener la forma de una parábola, como se representa en la figura adjunta.



La función que modela la forma interior del arco de flores está dada por $f(x) = -x^2$.

¿Cuál es la distancia que debe haber entre las bases del arco para que la altura máxima del arco de flores sea de 2 m?

- A) $\sqrt{2}$ m
- B) $2\sqrt{2}$ m
- C) 2 m
- D) 4 m

34. Considere la función $f(x) = x^3$ con dominio el conjunto de los números reales. ¿Cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s), para todo número real?

- I) $f(-x) = f(x)$
- II) $f(-x) = -f(x)$
- III) $f(x - 1) < f(x)$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

35. Considere la función $f(x) = mx + n$ con dominio el conjunto de los números reales. Se puede determinar el valor de n , si se conoce:

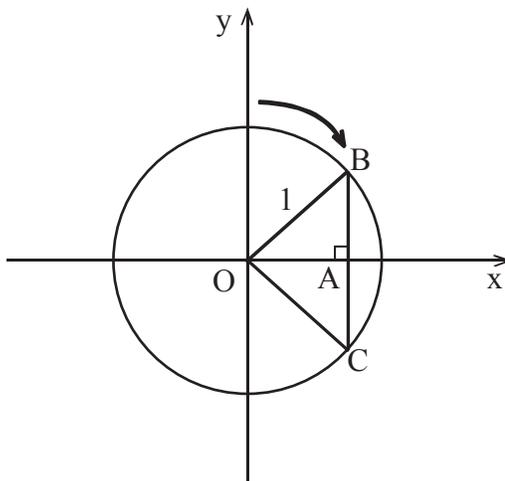
- (1) el punto de intersección de la gráfica de f con el eje y .
- (2) el valor de la pendiente de la gráfica de f y las coordenadas de un punto en la gráfica de f .

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

36. Considere los vectores $\vec{u} = (2, -1)$, $\vec{v} = (-8, 5)$ y $\vec{w} = (-5, -3)$. ¿Cuál de los siguientes vectores corresponde al vector $(2\vec{u} - \vec{v} + 3\vec{w})$?

- A) $(-3, -6)$
- B) $(-3, 1)$
- C) $(-3, -16)$
- D) $(-19, -6)$
- E) $(-19, -16)$

37. La circunferencia de centro O de la figura adjunta tiene radio 1, B y C pertenecen a ella y en el $\triangle CBO$ la altura \overline{OA} mide $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a rotaciones de la circunferencia en torno al origen O del sistema de ejes coordenados, en el sentido de la flecha?

- I) Si se gira en 30° , entonces el punto B queda en $(1, 0)$.
 - II) Si se gira en 60° , entonces el punto B queda en $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.
 - III) Si se gira en 60° , entonces el punto C queda en $(0, -1)$.
- A) Solo I
 - B) Solo I y II
 - C) Solo I y III
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III

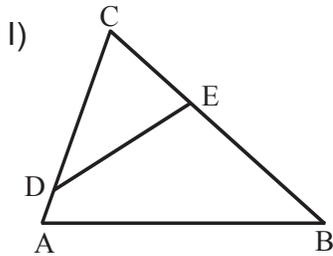
38. Emilia y Martín crean un juego de movimientos dibujando un plano cartesiano en el suelo, de manera que pueden indicar su ubicación utilizando pares ordenados. Las indicaciones del juego son: primero, rotar 90° en sentido antihorario respecto al origen, luego, realizar una simetría respecto al eje x y por último, otra simetría respecto al eje y .

Al comenzar el juego, Emilia se encuentra en el punto (a, b) y Martín en el punto (c, d) , con a, b, c y d números reales mayores que cero y distintos entre sí.

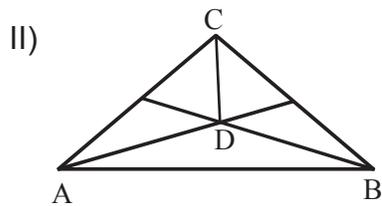
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a las ubicaciones de Emilia y Martín durante el juego?

- A) Al realizar la rotación, Emilia y Martín se ubican en el cuarto cuadrante.
- B) Emilia y Martín finalizan el juego en los puntos $(a, -b)$ y $(c, -d)$.
- C) La distancia entre Emilia y Martín al finalizar el juego es la misma que cuando comenzaron.
- D) Emilia y Martín finalizan el juego ubicados en el tercer cuadrante.

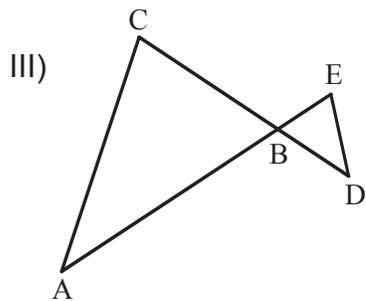
39. ¿En cuál(es) de los siguientes casos se verifica(n) **siempre** la semejanza planteada?



Si $AC = 6$ cm, $DC = 5$ cm, $BC = 10$ cm y $EC = 3$ cm, entonces $\Delta ABC \sim \Delta EDC$.



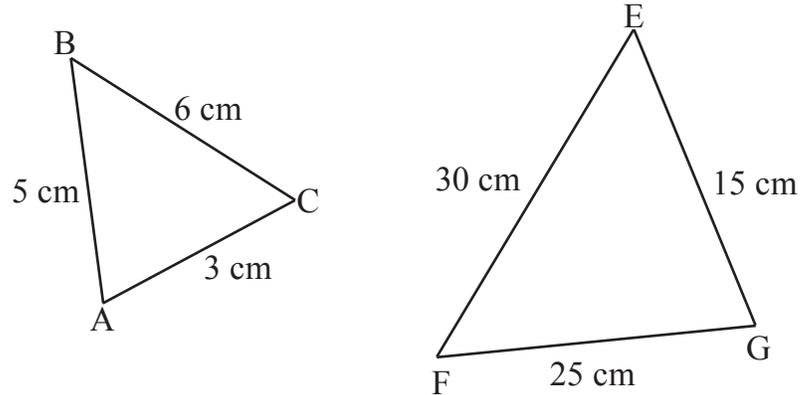
Si los rayos AD y BD son bisectrices del ΔABC , entonces $\Delta ADC \sim \Delta BDC$.



Si $AB = 21$ cm, $BC = 15$ cm, $BD = 7$ cm y $BE = 5$ cm, entonces $\Delta ABC \sim \Delta DBE$.

- A) Solo en I
- B) Solo en II
- C) Solo en III
- D) Solo en I y en II
- E) Solo en I y en III

40. En la figura adjunta los triángulos ABC y GFE son semejantes entre sí.



¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

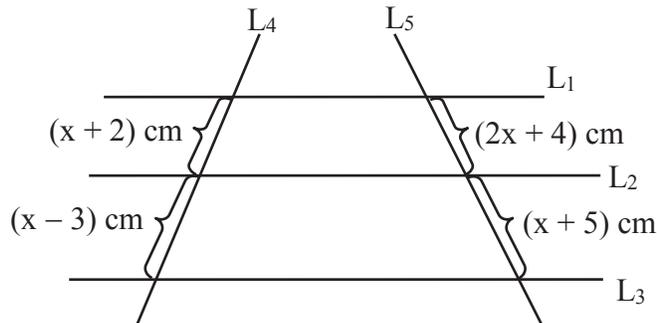
I) $\frac{\text{perímetro } \triangle ABC}{\text{perímetro } \triangle GFE} = \frac{1}{5}$

II) $\frac{\text{área } \triangle ABC}{\text{área } \triangle GFE} = \frac{1}{25}$

III) $\sphericalangle BAC : \sphericalangle FGE = 1 : 5$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

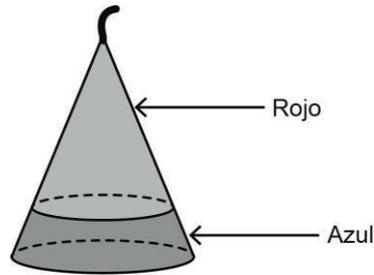
41. En la figura adjunta las rectas L_4 y L_5 intersectan a las rectas L_1 , L_2 y L_3 .



¿Qué valor debe tomar x para que $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$?

- A) $\sqrt{31}$
 B) 2
 C) 13
 D) $\sqrt{22}$
 E) 11
42. Ingrid le hizo a su hijo una copia a escala de la camiseta de fútbol de su marido. El número en la camiseta del marido está dentro de un círculo de área 64 cm^2 , si la parte más ancha de la camiseta del marido mide 60 cm y la de su hijo mide 15 cm , ¿cuál es el área del círculo que encierra el número en la camiseta del hijo?
- A) 4 cm^2
 B) 8 cm^2
 C) 14 cm^2
 D) 16 cm^2
 E) 19 cm^2

43. Constanza fabrica velas de parafina con forma de cono, cada una de dos colores: azul y rojo, como se representa en la figura adjunta.



Constanza quiere fabricar una vela de 12 cm de altura y de 3 cm de radio basal, de tal manera que la parte de color rojo tenga una altura de 10 cm.

Recuerde que el volumen de un cono está dado por: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$, donde h es su altura y r es el radio de su base.

¿Qué cantidad aproximada de parafina de color azul necesita para fabricar la vela?

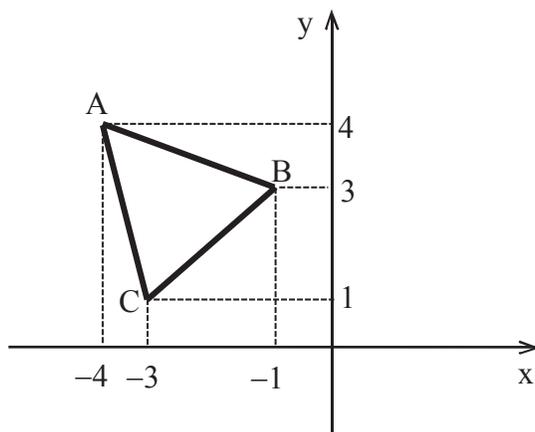
Para los cálculos considere π aproximado a 3.

- A) 182,0 cm³
- B) 104,4 cm³
- C) 98,0 cm³
- D) 45,5 cm³

44. Considere un cuadrado en el plano cartesiano cuyo perímetro es 20 unidades. Si a este cuadrado se le aplica una homotecia de razón 2, ¿cuál es el área, en unidades cuadradas, del nuevo cuadrado?

- A) 10
- B) 25
- C) 40
- D) 50
- E) 100

45. Al triángulo ABC de la figura adjunta se le aplica una homotecia con centro en el punto $M(-1, 1)$ y razón de homotecia -3 , obteniéndose el triángulo PQR.



Si la imagen del punto A es P y la imagen del punto B es Q, ¿cuáles son las coordenadas del punto R?

- A) $(9, -3)$
- B) $(-6, -2)$
- C) $(5, 1)$
- D) $(3, 1)$
- E) $(9, 1)$

46. Si los puntos $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(x, x)$ y $D(0, 2)$, con $x > 0$, son los vértices de un cuadrilátero $ABCD$ en el plano cartesiano, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el perímetro de dicho cuadrilátero, en unidades?

A) $4 + 2x$

B) $4 + 2\sqrt{(x-2)^2 + x^2}$

C) $4 + 2((x-2)^2 + x^2)$

D) $4 + \sqrt{(x-2)^2 + x^2}$

E) $4 + 2\sqrt{(x+2)^2 - x^2}$

47. ¿En cuál de las siguientes opciones se encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-5, 0)$ y $(3, -1)$?

A) $y = -\frac{x}{8} - \frac{5}{8}$

B) $y = \frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

C) $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

D) $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$

E) $y = -\frac{x}{8} + \frac{5}{8}$

48. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la pendiente de la recta que tiene como ecuación $x + by = c$, con $b \neq 0$?

- A) 1
- B) $-\frac{1}{b}$
- C) $\frac{1}{b}$
- D) -1
- E) b

49. Las rectas L_1 y L_2 tienen ecuaciones $L_1 : ax + by + c = 0$ y $L_2 : dx + ey + f = 0$, con b y e distintos de cero. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades permite(n) deducir que las rectas L_1 y L_2 son paralelas?

- I) $\frac{a}{b} = \frac{f}{e}$
- II) $a = d = 0$
- III) $c = f = 0$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) I, II y III

50. Considere un trapecio isósceles donde sus bases son paralelas al eje x . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s) con respecto a dicho trapecio?

- I) Existen rectas que contiene a dos lados del trapecio cuyas pendientes son iguales.
- II) La suma de las pendientes de las rectas que contienen los lados no paralelos del trapecio es cero.
- III) El producto de las pendiente de las rectas que contienen a las diagonales del trapecio es -1 .

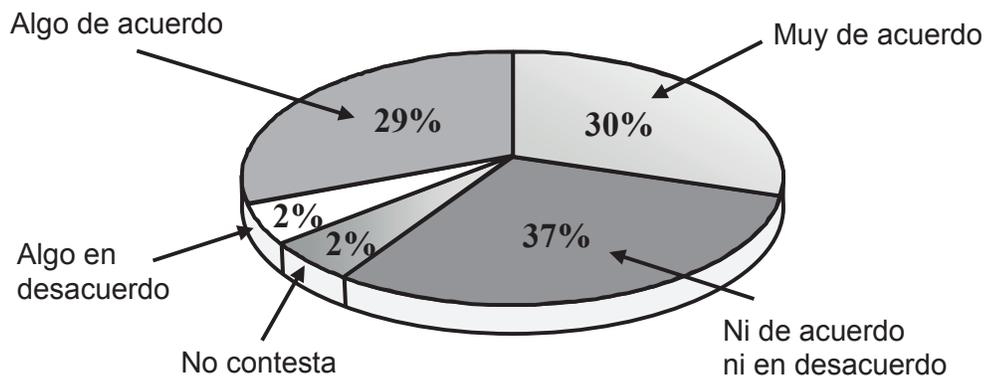
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo I y III

51. En el plano cartesiano un triángulo ABC isósceles tiene su base \overline{AB} paralela al eje de las abscisas, las coordenadas de A son $(-1, 1)$ y la abscisa de B es 5 . Se pueden determinar exactamente las longitudes de los otros dos lados, si se sabe que:

- (1) el perímetro del triángulo es 15 unidades.
- (2) el punto C está en el primer cuadrante.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

52. El gráfico circular de la figura adjunta muestra los resultados de una encuesta aplicada a 300 estudiantes sobre su nivel de acuerdo sobre la implementación de salas de computación en su colegio.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La frecuencia relativa de los que contestan “Muy de acuerdo” es $\frac{3}{10}$.
- B) La frecuencia de los que contestaron “Ni de acuerdo ni en desacuerdo” supera en 8 estudiantes a los que contestaron “Algo de acuerdo”.
- C) El nivel de acuerdo de la encuesta es bimodal.
- D) 2 estudiantes no contestan la encuesta.

53. En la tabla adjunta se muestra la distribución de las edades, en años, de un grupo de personas.

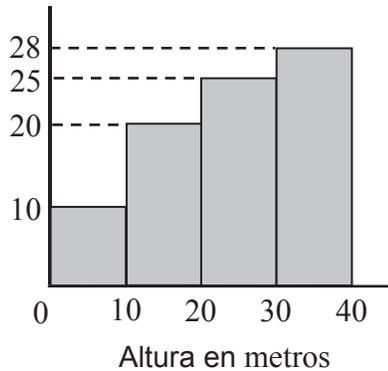
Intervalo	Frecuencia	Frecuencia relativa porcentual
[12, 18[8	16
[18, 24[14	
[24, 30[
[30, 36[18
[36, 42]	3	

Según los datos de la tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La marca de clase del intervalo de mayor frecuencia es 27 años.
- B) Un 44% de las personas tiene menos de 24 años.
- C) El grupo en total tiene 50 personas.
- D) Exactamente, un 38% de las personas tiene menos de 30 años.
- E) 28 personas tienen a lo menos 24 años.

54. En el gráfico de la figura adjunta se muestra la frecuencia acumulada de las alturas, en metros, de los edificios construidos el último año en una determinada comuna, donde los intervalos son de la forma $[a, b[$ y el último de la forma $[c, d]$. A partir de la información presentada en el gráfico se construye la siguiente tabla de frecuencias.

Frecuencia acumulada



Altura en metros	Frecuencia
$[0, 10[$	R
$[10, 20[$	S
$[20, 30[$	T
$[30, 40]$	Q

¿Cuáles son los valores de R, S, T y Q?

- A) $R = 5$, $S = 15$, $T = 25$ y $Q = 35$
- B) $R = 10$, $S = 30$, $T = 60$ y $Q = 100$
- C) $R = 10$, $S = 20$, $T = 30$ y $Q = 40$
- D) $R = 10$, $S = 30$, $T = 55$ y $Q = 83$
- E) $R = 10$, $S = 10$, $T = 5$ y $Q = 3$

55. El contador de la empresa de bolsas plásticas “Plástibol”, va a calcular el promedio de gastos por viaje para abastecer las sucursales de distintas localidades que se realizó en un día determinado. Para lo anterior considera solo los datos de la siguiente tabla:

Localidades	Gastos por un viaje		
	Bencina (\$)	Peajes (\$)	Mantenimiento del vehículo (\$)
San Antonio	8.550	4.500	1.710
Valparaíso	9.020	3.600	1.804
Rancagua	5.380	2.300	1.076
Litueche	9.800	1.900	1.960
Total	32.750	12.300	6.550

El contador sabe que para calcular ese promedio de gastos por viaje para estas localidades debe sumar el total de la bencina, el total del peaje y el total del mantenimiento y luego realizar una división.

Si se consideran los datos de la tabla, ¿por cuánto debe dividir la suma obtenida?

- A) Por 3
- B) Por 4
- C) Por 5
- D) Por 15

56. En la tabla adjunta se muestran las notas por asignatura obtenidas por Rodrigo y Mariel.

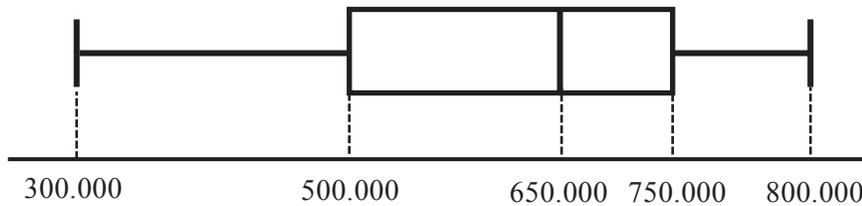
Asignatura	Rodrigo	Mariel
Lenguaje	5,2	5,8
Matemática	4,8	5,2
Inglés	5,0	4,0
Ciencias Sociales	6,0	4,5
Ciencias Naturales	4,0	5,5

Si P y Q representan los promedios de las notas de Rodrigo y Mariel, respectivamente, R y S son las medianas de sus respectivas notas, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) $P = Q$ y $R > S$
- B) $P > Q$ y $R < S$
- C) $P = Q$ y $R < S$
- D) $P > Q$ y $R > S$
- E) $P < Q$ y $R = S$

57. En un liceo se realiza un registro de las masas de los estudiantes de cuarto medio. Si los cuartiles de la distribución de los datos son 75 kg, 80 kg y 90 kg, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir de esta información?
- I) La mayor cantidad de estudiantes de cuarto medio se concentra entre el cuartil 2 y el cuartil 3.
 - II) Por lo menos un 50% de los estudiantes de cuarto medio tiene una masa de a lo menos 75 kg y a lo más 90 kg.
 - III) La media aritmética de las masas de los estudiantes de cuarto medio es de 81,6 kg, aproximadamente.
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y II
 - E) I, II y III

58. La distribución de los sueldos, en pesos, de los trabajadores de una empresa se muestra en el diagrama de caja de la figura adjunta.



Sueldos de los trabajadores (en \$)

Según este diagrama, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) El rango intercuartil de los sueldos de los trabajadores es \$ 250.000 .
- B) El promedio de los sueldos de los trabajadores es \$ 650.000 .
- C) La cantidad de trabajadores que ganan entre \$ 300.000 y \$ 500.000 es mayor que la cantidad de trabajadores que gana entre \$ 650.000 y \$ 750.000 .
- D) Exactamente un 50% de los trabajadores gana \$ 650.000 .
- E) Un 62,5% de los sueldos de los trabajadores es igual o menor a \$ 700.000 .

59. Se lanzan dos dados comunes consecutivamente. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La probabilidad de que la diferencia entre el resultado del primer y el segundo dado sea positiva es la misma de que sea negativa.
- II) La probabilidad de que la división entre los resultados del primer y el segundo dado sea un número entero es mayor que $\frac{6}{36}$.
- III) La probabilidad de que la suma de los resultados de ambos dados sea mayor que 1 es 1.

- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

60. Andrés es el director técnico del equipo de fútbol Los Astros, el cual realiza un estudio estadístico para su próximo encuentro con su rival, el equipo de Los Cometas.

El estudio de Andrés se centró en la probabilidad que tiene cada uno de los equipos en anotar una cierta cantidad de goles.

Los resultados se los presenta a sus jugadores en uno de los entrenamientos en una pizarra como la de la figura adjunta.

Goles \ Equipos	0	1	2	3
Los Astros	0,19	0,37	0,30	0,14
Los Cometas	0,43	0,30	0,14	0,13

Según estos datos y considerando que convertir goles por parte de ambos equipos es independiente, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a la probabilidad de que el partido entre estos dos equipos termine en empate?

- A) $0,19 \cdot 0,43$
- B) $(0,19 \cdot 0,43) + (0,37 \cdot 0,30) + (0,30 \cdot 0,14) + (0,14 \cdot 0,13)$
- C) $(0,19 \cdot 0,43) \cdot (0,37 \cdot 0,30) \cdot (0,14 \cdot 0,13)$
- D) $(0,37 \cdot 0,30) + (0,30 \cdot 0,14) + (0,14 \cdot 0,13)$
- E) $(0,19 + 0,43) \cdot (0,37 + 0,30) \cdot (0,30 + 0,14) \cdot (0,14 + 0,13)$

61. En cierto experimento, la probabilidad de que ocurra un suceso A es p , mientras que la probabilidad de que ocurra un suceso B es q . Si los sucesos A y B son independientes, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la probabilidad de que ocurra al menos uno de los dos sucesos?

- A) $p(1 - q)$
- B) pq
- C) $p(1 - q) + q(1 - p)$
- D) $(1 - p)(1 - q)$
- E) $p + q - pq$

62. Dos cursos de un colegio realizan una fiesta para reunir fondos para un viaje de estudios. Se reparten dos tipos de entradas, las del tipo P y las del tipo Q. En la tabla adjunta se muestra la distribución de la venta de entradas para el segundo A y el segundo B.

	Cursos	
Tipo de entradas	Segundo A	Segundo B
P	15	10
Q	25	30

Si se selecciona a una persona al azar de estos dos cursos y se sabe que tiene una entrada del tipo Q, ¿cuál es la probabilidad de que sea un estudiante del segundo B?

- A) $\frac{3}{8}$
- B) $\frac{6}{11}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{8}{11}$
- E) $\frac{1}{30}$

63. Para un viaje Andrés arrendará un automóvil en una empresa que le da a elegir entre las marcas P, Q y R. Cada una de estas marcas dispone de dos modelos en los colores blanco, rojo, azul, verde y gris, cada uno de ellos. ¿Cuál es la cantidad máxima de automóviles, de distinto tipo de marca, modelo y color, entre los que Andrés puede elegir?

- A) 6
- B) 10
- C) 15
- D) 30
- E) 90

64. ¿Cuántos partidos individuales de tenis se tienen que organizar con n jugadores, donde $n > 2$, si todos juegan contra todos solo una vez?

- A) $\frac{n}{2}$
- B) $\frac{n}{2} \cdot (n - 1)$
- C) $n - 1$
- D) $n \cdot \frac{n}{2}$
- E) $\frac{n - 1}{2}$

65. En una caja hay solo bolitas verdes y rojas, todas del mismo tipo. Se puede determinar la cantidad de bolitas verdes que hay en la caja, si se sabe que:

- (1) en la caja hay en total 40 bolitas.
- (2) al elegir una bolita al azar de la caja, la probabilidad de que esta sea roja es $\frac{2}{5}$.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

